NOM : **CLASSE :**

PRENOM :

DIPLÔME NATIONAL du BREVET

EXAMEN BLANC

27 janvier 2022

MATHÉMATIQUES

Séries Générale et professionnelle

Durée de l'épreuve : 2 H 00

► Le sujet comporte 10 exercices indépendants les uns des autres.

► L'épreuve est notée sur 100 points. La qualité de la rédaction et de la présentation de la copie seront prises en compte.

► L'usage de la calculatrice est autorisé.

► **Toutes les réponses doivent être justifiées.**

► **Les réponses sont à rédiger dans les emplacements laissés vides.**

► Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche, elle sera prise en compte dans la notation.

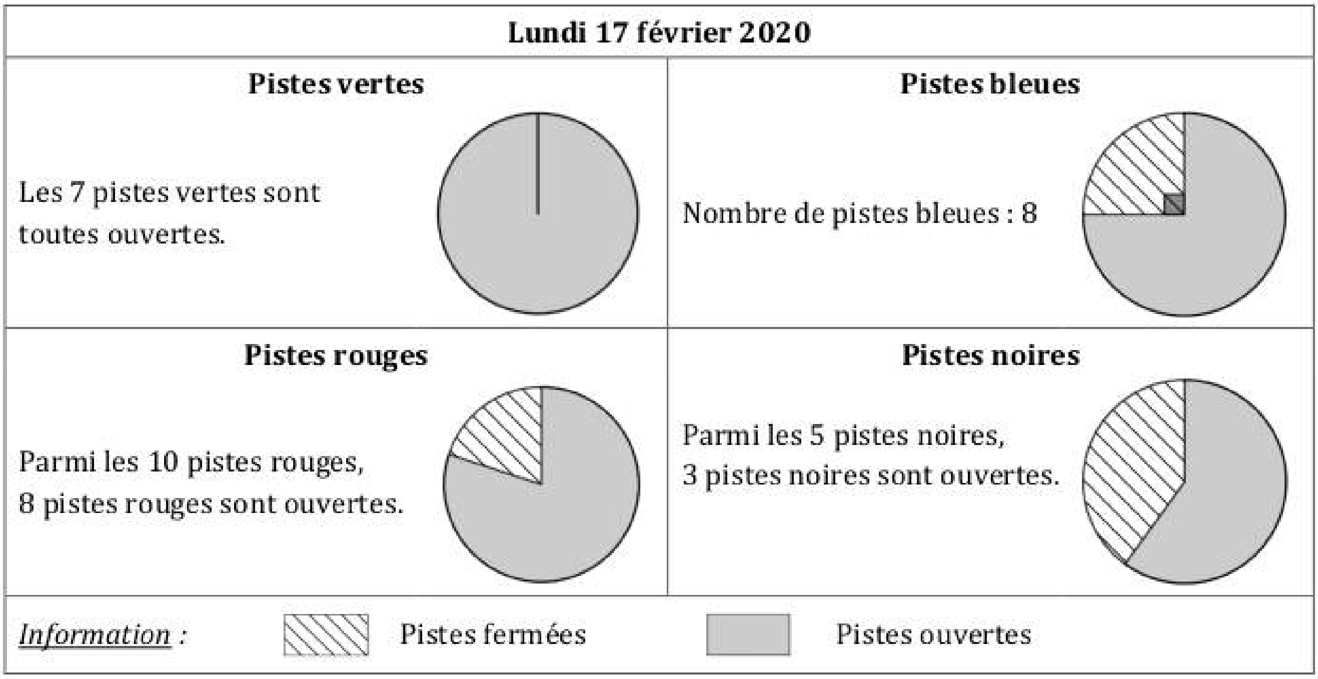
Exercice 1 :	**/ 9**	**Exercice 6 :**	**/ 8**
Exercice 2 :	**/ 13**	**Exercice 7 :**	**/ 11**
Exercice 3 :	**/ 6**	**Exercice 8 :**	**/ 11**
Exercice 4 :	**/ 13**	**Exercice 9 :**	**/ 9**
Exercice 5 :	**/ 8**	**Exercice 10 :**	**/ 12**

Note finale :

/ 100

Exercice 1 : (/ 9 points)

Une station de ski compte 30 pistes. Ces pistes de ski sont soit vertes, soit bleues, soit rouges, soit noires. La couleur de la piste définit son niveau de difficulté pour skier.
Chaque piste de ski peut être soit ouverte, soit fermée.
Sur le site internet de la station de ski, on a pu trouver les informations suivantes :



1) Déterminer le nombre de pistes rouges fermées le lundi 17 février 2020.

10 – 8 = 2 pistes rouges fermées / 1

2) Justifier qu'il y a six pistes bleues ouvertes le lundi 17 février 2020.

D'après le diagramme circulaire, trois quarts des pistes bleues sont ouvertes,
c'est-à-dire : 8 : 4 x 3 = 2 x 3 = 6 pistes sont ouvertes. / 1

3) Parmi les pistes noires, quel est le pourcentage de pistes noires ouvertes ce jour-là ?

$$\frac{3}{5} = \frac{3\times20}{5\times20} = \frac{60}{100} = 60\,\%$$ / 1

4) Le mercredi 19 février 2020, la nouvelle répartition affichée sur le site internet est la suivante :

Pistes vertes	Pistes bleues	Pistes rouges	Pistes noires
Nombre de pistes : 7 Nombre de pistes ouvertes : 5	Nombre de pistes : 8 Nombre de pistes ouvertes : 4	Nombre de pistes : 10 Nombre de pistes ouvertes : 3	Nombre de pistes : 5 Nombre de pistes ouvertes : 1

Sur le site de la station on peut lire :

« Votre forfait du jour est remboursé si plus de 50 % des pistes de la station sont fermées. »

Une cliente demande le remboursement de son forfait du jour du mercredi 19 février 2020.

La station de ski doit-elle effectuer ce remboursement ?

Nombre de pistes vertes fermées : $7 - 5 = 2$

Nombre de pistes bleues fermées : $8 - 4 = 4$

Nombre de pistes rouges fermées : $10 - 3 = 7$

Nombre de pistes noires fermées : $5 - 1 = 4$

$$\frac{2+4+7+4}{7+8+10+5} \approx \frac{57}{100}$$

Environ 57 % des pistes sont fermées ; c'est plus que 50 %, / 2

donc la station de ski doit procéder à un remboursement.

5) On a mesuré les hauteurs maximales de neige dans la station, exprimées en centimètre, pour chaque mois, de novembre 2018 à mars 2019.

On saisit ces mesures dans une feuille de calcul dont voici une copie d'écran :

	A	B	C	D	E	F	G
1		Novembre	Décembre	Janvier	Février	Mars	Moyenne
2	Saison 2018-2019	90	120	130	120	75	107
3	Saison 2019-2020	105	130	115	140	60	

a) Quelle formule a pu être saisie dans la cellule G2 avant d'être étirée jusqu'à la cellule G3 ?

= (B2 + C2 + D2 + E2 + F2) / 5 ou = SOMME (B2 : F2) / 5 ou = MOYENNE (B2 : F2)

/ 2

b) La moyenne des cinq hauteurs maximales de neige de la saison 2019-2020 est-elle supérieure à celle de la saison 2018-2019 ?

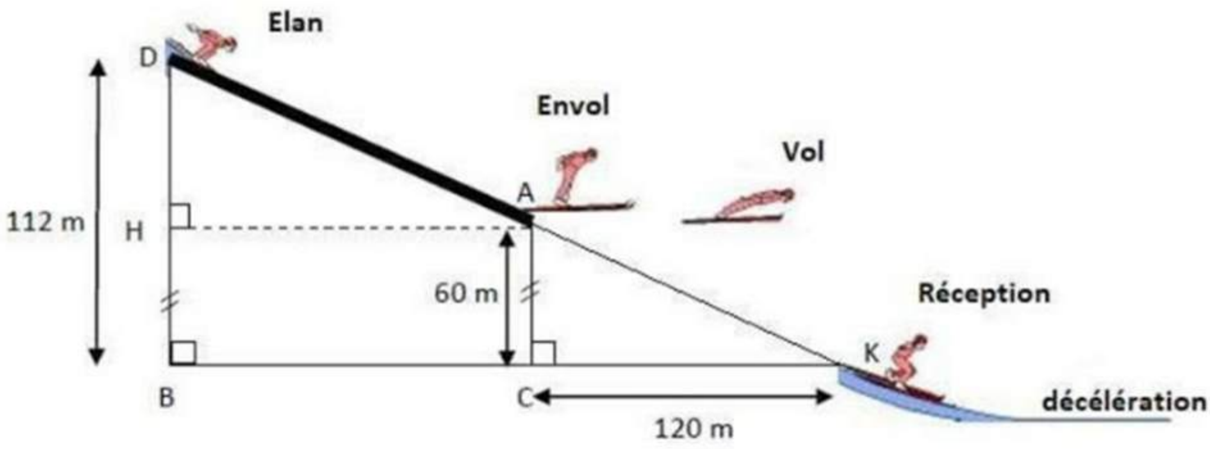
/ 2

(105 + 130 + 115 + 140 + 60) : 5 = 110 cm c'est plus que 107 cm

Exercice 2 : **(/ 13 points)**

Une skieuse doit s'élancer du grand tremplin.

Nous avons décomposé le saut du grand tremplin ci-dessous :



1) Calculer BK en justifiant les calculs effectués.

On sait que les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires à (BK),
donc (AC) et (BD) sont parallèles.

On sait aussi que les droites (AD) et (BC) sont sécantes en K donc, d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{KA}{KD} = \frac{KC}{KB} = \frac{AC}{DB}$$

$$\frac{KA}{KD} = \frac{120}{KB} = \frac{60}{112}$$

donc KB = $\frac{120 \times 112}{60}$

d'où KB = 224 m . / 6

2) En déduire que BC = 104 m.

BC = BK – KC = 224 – 120 = 104 m / 1

3) Calculer la longueur de la piste d'envol DA, arrondie à l'unité près.

On sait que le triangle AHD est rectangle en H donc, d'après le théorème de Pyhagore :

$DA^2 = DH^2 + HA^2$ DH = DB – HB = 112 – 60 = 52 m

$DA^2 = 52^2 + 104^2$ AH = CB = 104 m (car ACBH est un rectangle)

$DA^2 = 2\,704 + 10\,816$

$DA^2 = 13\,520$

DA = $\sqrt{13520}$

DA ≈ 116 m

/ 6

Exercice 3 : (/ 6 points)

1°) Bobby traverse les États-Unis d'Est en Ouest sur sa vieille moto.
Il parcourt les 4 670 km qui séparent New-York de San Francisco à la vitesse moyenne de 86 km/h. Combien de temps met-il ?

Donner la réponse en jours-heures-minutes, arrondie à la minute près.

86 km	4 670 km
60 min	? min

$$\frac{4\,670 \times 60}{86} \approx 3258\,min$$

Il met environ 3 258 minutes.

3 258 min = 54 × 60 min + 18 min donc 3 258 min = 54 h 18 min

54 h = 2 × 24 h + 6 h donc 54 h = 2 jours 6 h

conclusion : Il met 3 258 min = 2 jours 6 heures 18 minutes

/ 3

2°) On trouve une trentaine de types de lingots d'or sur le marché mondial actuel, voici les caractéristiques du plus gros d'entre eux :

- Masse : 1 kg ;
- Forme : pavé droit ;
- Dimensions : 115 mm ; 50 mm ; 9 mm.

Quelle est, en g/cm³, la masse volumique de l'or ? On arrondira au dixième près.

Volume d'un pavé droit : V = longueur × largeur × hauteur

V = 115 mm × 50 mm × 9 mm

V = 51 750 mm³

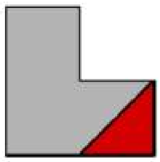
V = 51,75 cm³

1 kg = 1 000 g

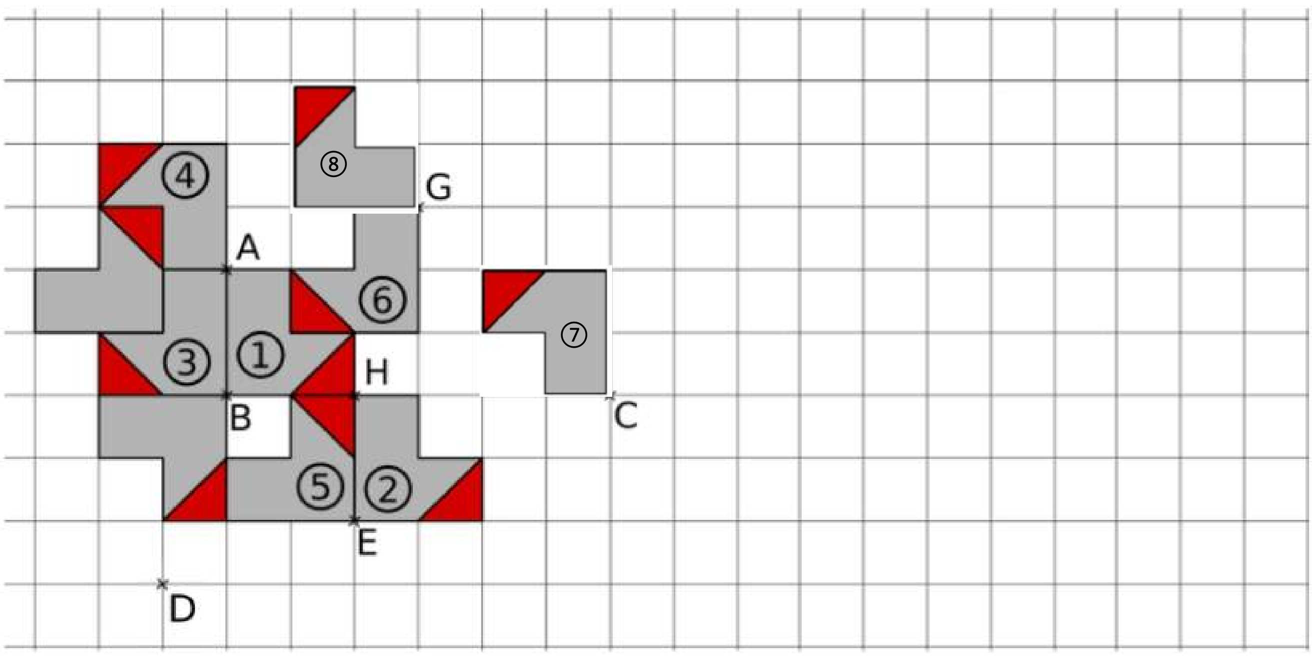
$\frac{1\,000 \quad g}{51{,}75 \quad cm^3} \approx$ **19,3 g / cm³** / 3

<u>Exercice 4 :</u> (/ 13 points)

Dans cet exercice le motif de base est :



Pour tout l'exercice, on s'intéressera à la figure suivante :



1. **Pour chacune des réponses vous donnerez les éléments caractéristiques** de la transformation (centre, axe, angle etc. …)

a) Par quelle transformation la figure ② est-elle l'image de la figure ① ?

Il s'agit de la translation qui transforme A en H. / 2

b) Par quelle transformation la figure ④ est-elle l'image de la figure ① ?

Il s'agit de la symétrie de centre A. / 2

c) Par quelle transformation la figure ③ est-elle l'image de la figure ① ?

Il s'agit de la symétrie d'axe (AB). / 2

d) Par quelle transformation la figure ⑤ est-elle l'image de la figure ① ?

Il s'agit de la rotation de centre H, d'angle 90 °, dans le sens anti-horaire.
/ 2,5

2. **Sur la figure de la page précédente :**

a) Représenter l'image de la figure ④ par la translation qui transforme A en C.
On l'appellera ⑦. / 2

b) Représenter l'image de la figure ⑥ par la rotation de centre G, d'angle 90° dans le sens horaire. On l'appellera ⑧. / 2,5

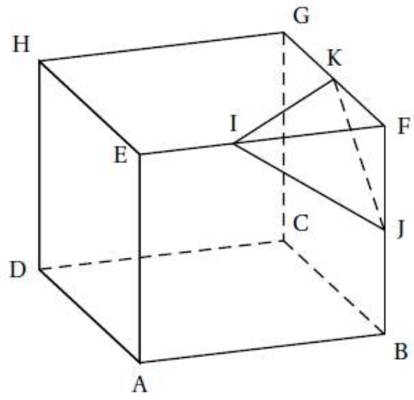
Exercice 5 : (/ 8 points)

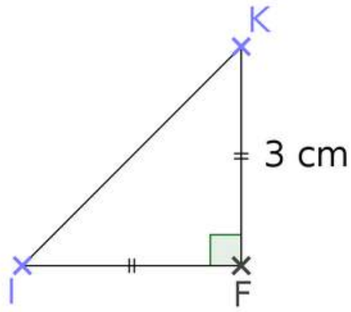
On découpe la pyramide FIJK dans le cube ABCDEFGH comme le montre le dessin ci-contre.

Le segment [AB] mesure 6 cm.

Les points I, J, et K sont les milieux respectifs des arêtes [FE], [FB] et [FG].

1. Tracer le triangle IFK en vraie grandeur.





/ 3

2. Un des quatre schémas ci-dessous correspond au patron de la pyramide FIJK.

Indiquer son numéro sur la copie. *Aucune justification n'est attendue.*

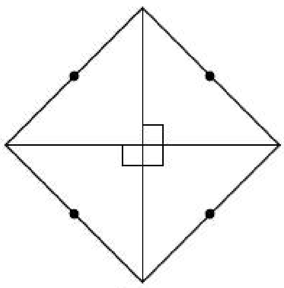


Schéma 1

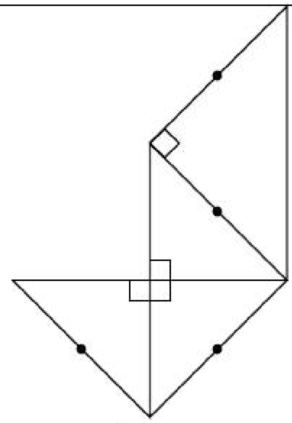


Schéma 2

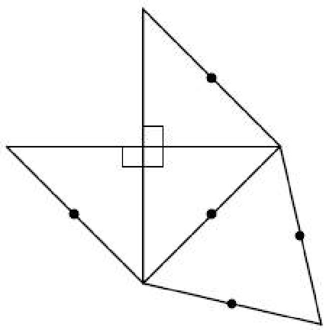


Schéma 3

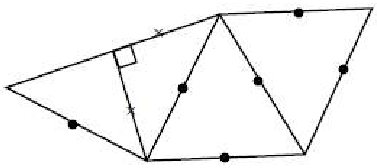


Schéma 4

Réponse : **schéma 3**   / 1

3. Calculer le volume de la pyramide FIJK.

$$Volume\ d'une\ pyramide = \frac{Aire\ d'une\ base \times hauteur}{3}$$

Pour cette pyramide on peut choisir comme base le triangle IFK (rectangle en F) ;

la hauteur est alors [FJ].

Aire de la base : $\frac{IF \times IK}{2} = \frac{3 \times 3}{2}$ = 4,5 cm²

volume de la pyramide : $\frac{4{,}5 \times 3}{3}$ = **4,5 cm³**

/ 4

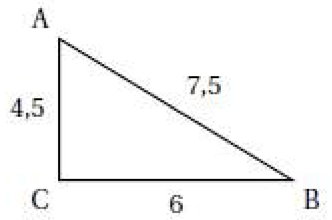
Exercice 6 : (/ 8 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, déterminer si elle est **Vraie** ou **Fausse**.

Toute trace de recherche sera valorisée.

1. On donne le triangle suivant :

Affirmation 1 : ABC est un triangle rectangle.



[AB] étant le côté le plus long :

$AB^2 = 7{,}5^2 = 56{,}25$

$AC^2 + BC^2 = 4{,}5^2 + 6^2 = 20{,}25 + 36 = 56{,}25$

donc $AB^2 = AC^2 + BC^2$

et donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.

L'affirmation est donc vraie.

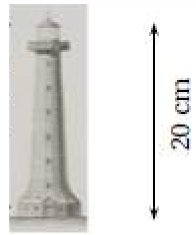
/ 4,5

2. **Affirmation 2** : Si un produit de cinq facteurs est strictement positif, alors aucun des facteurs n'est négatif.

C'est faux car on sait que le produit d'un nombre pair de facteurs négatifs est positif, donc il faut juste qu'il y 0, 2 ou 4 facteurs négatifs pour ce produit de cinq facteurs soit positif.

/ 1,5

3. La maquette ci-contre est une maquette du Phare Amédée qui a une hauteur réelle de 56 m.



<u>Affirmation 3 :</u> « Le rapport de réduction est égal à $\frac{1}{28}$ ».

56 m = 5 600 cm

5 600 cm × échelle = 20 cm

échelle = $\frac{20}{5\,600}$ = $\frac{2}{560}$ = $\frac{1}{280}$

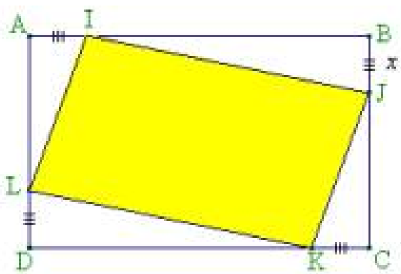
Donc c'est faux : le rapport de réduction (l'échelle) est de $\frac{1}{280}$.

/ 2

<u>remarque :</u> $\frac{1}{280} \times 5\,600\,cm = 200\,cm \neq 20\,cm$

<u>Exercice 7 :</u> (/ 11 points)

Dans un rectangle ABCD de dimensions 8 cm par 5 cm, on construit un parallélogramme IJKL de telle manière que AI = BJ = CK = DL comme l'indique la figure ci-dessous.



On appelle x la longueur choisie pour ces quatre segments, et on appelle f la fonction qui permet de calculer l'aire de IJKL selon la valeur de x (comprise entre 0 et 5).

Après quelques calculs, on trouve $f(x) = 2x^2 - 13x + 40$.

1. Calculer $f(5)$.

$f(5) = 2 \text{ x } 5^2 - 13 \text{ x } 5 + 40$

$f(5) = 2 \text{ x } 25 - 65 + 40$

$f(5) = 50 - 65 + 40$

$f(5) = -15 + 40$

/ 2

$\boldsymbol{f(5) = 25}$

2. A l'aide d'un tableur, on a obtenu le tableau de valeurs suivant :

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	0	0,5	1	1,5	2	2,5
2	$f(x) = 2x^2-13x+40$	40	34	29	25	22	20

a) Donner l'image de 2 par la fonction f.

L'image de 2 par la fonction f est 22.

/ 1

b) Parmi ces formules, recopier celle qui a été saisie dans la cellule B2 avant d'être recopiée vers la droite pour obtenir le tableau de valeurs.

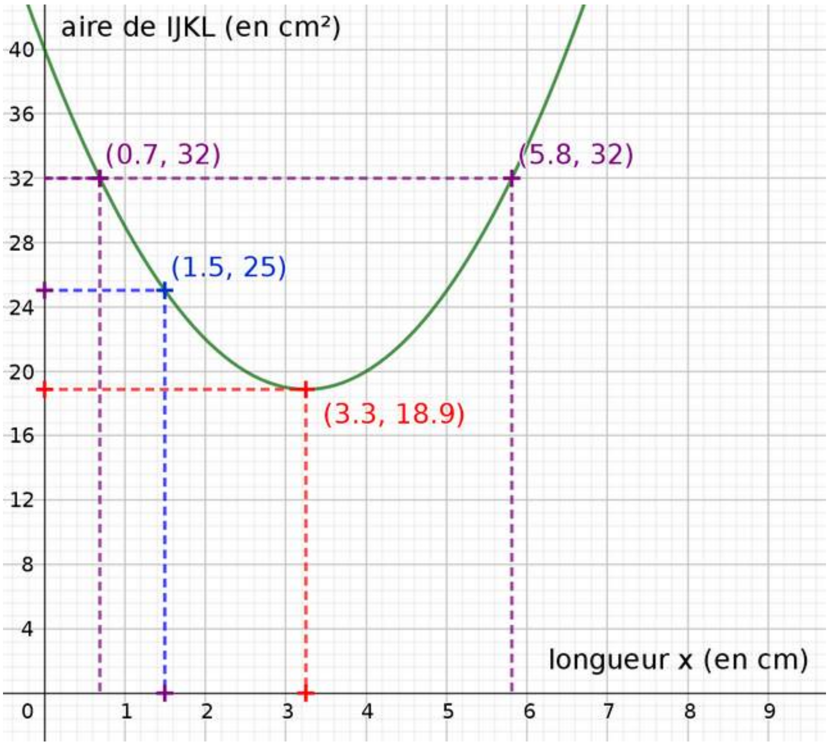
= 2*0*0 – 13*0 + 40	= 2*B1*B1 – 13*B1 + 40	= 2*A1*A1 – 13*A1 + 40

= 2*B1*B1 – 13*B1 + 40 / 1

2. Ci-contre, on a représenté graphiquement l'aire de IJKL en fonction de x .

Pour les questions ci-dessous, on répondra avec la précision permise par le graphique, et on justifiera les réponses en ajoutant les pointillés sur celui-ci.

a) Trouver un antécédent de 32 par la fonction f.



0,7 (ou aussi 5,8) est un antécédent de 32 par la fonction f .

/ 1,5

b) Quelle est l'aire minimale du quadrilatère IJKL ?

L'aire minimale du quadrilatère IJKL est environ 18,9 cm² .

/ 2

c) Quelle est l'aire du quadrilatère IJKL quand le segment [AI] mesure 1,5 cm ?

Quand AI = 1,5 cm , alors l'aire de IJKL est d'environ 25 cm² . / 2

3. Trouver un nombre qui a deux antécédents par f.

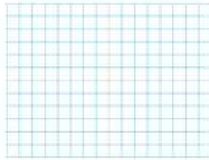
Tout nombre supérieur à 19 et inférieur à 25 (d'après le graphique fourni sur le sujet) a deux antécédents par f .

/ 1,5

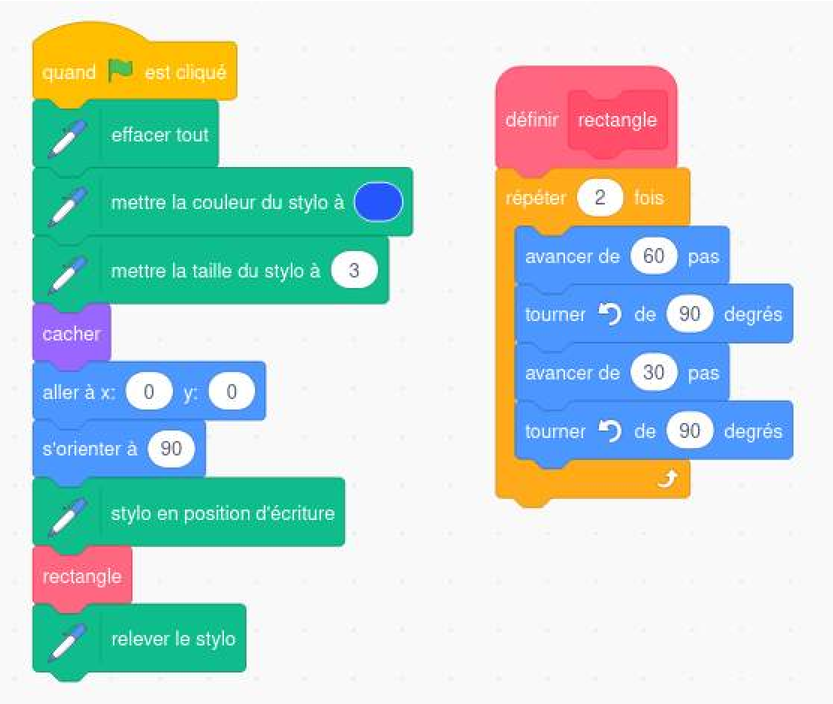
<u>Exercice 8 :</u> (/ 11 points)

Dans tout cet exercice, AUCUNE justification n'est attendue.

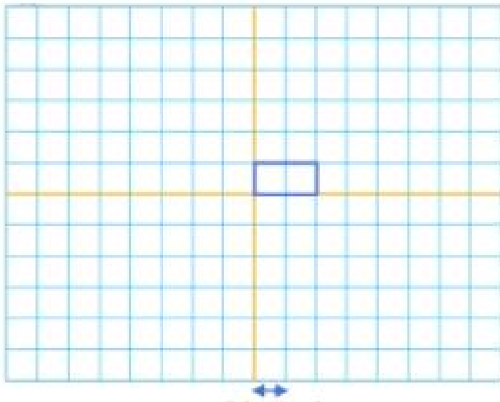
Pour tracer un rectangle avec Scratch, Hawa a choisi l'arrière-plan dont le quadrillage a des carreaux qui mesurent 30 pixels et a réalisé le script ci-dessous.



Xy-grid-30px



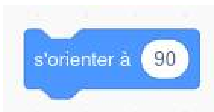
Hawa a obtenu le dessin ci-dessous :



1) a) Dans le script principal, à quoi sert l'instruction 

?

Elle permet de faire disparaître le lutin. / 1

b) Dans le script principal, à quoi sert l'instruction 

?

Elle permet d'orienter le lutin vers la droite. / 1

c) Dans le script principal, à quoi sert l'instruction 

?

Elle permet de centrer le lutin sur la scène. / 1

2) Hawa a modifié son script principal mais a conservé le même bloc 

Laquelle des trois figures ci-dessous a-t-elle obtenue avec le nouveau script suivant ?

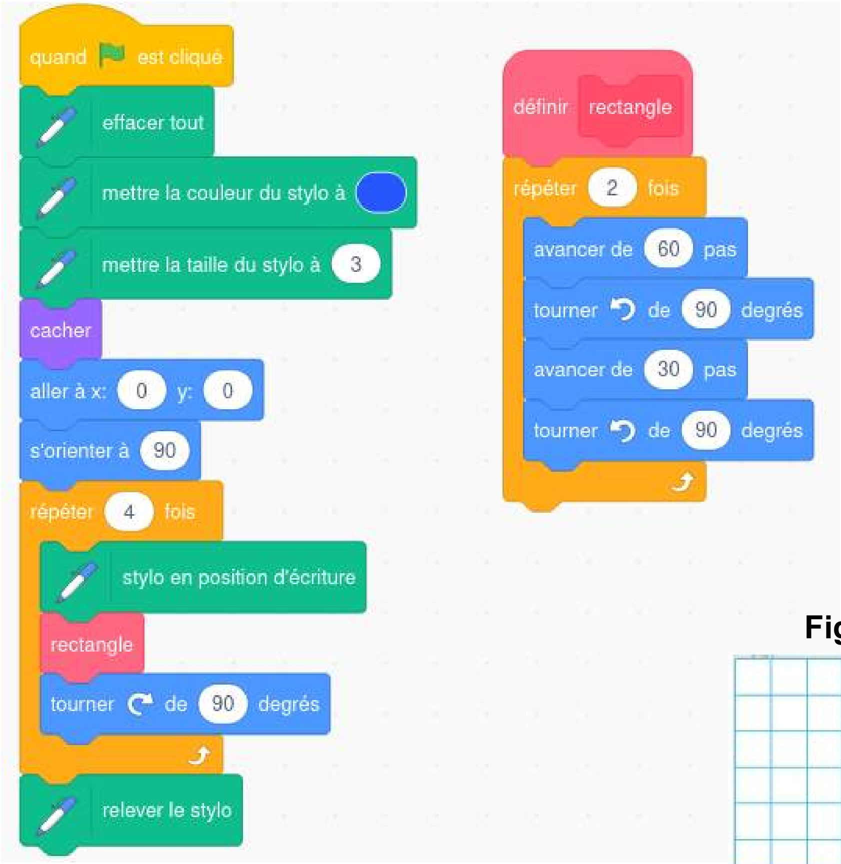


Figure n° 1

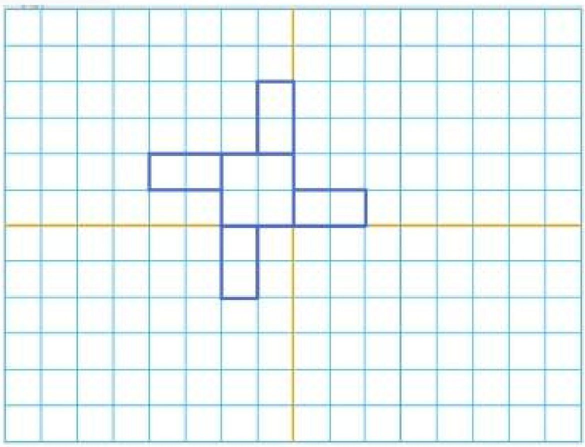


Figure n° 2

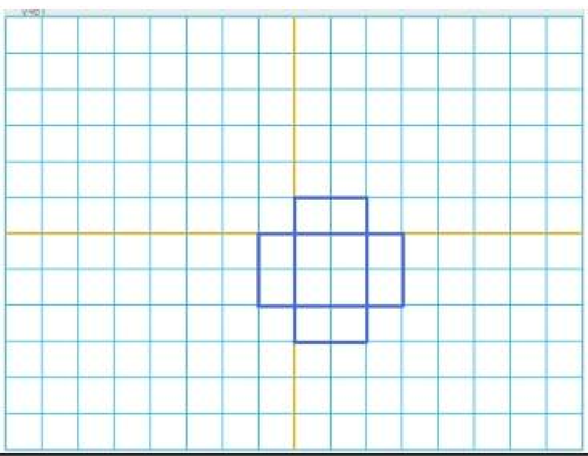
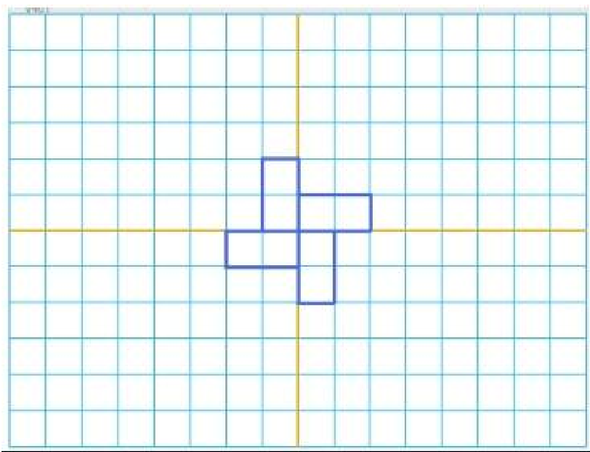
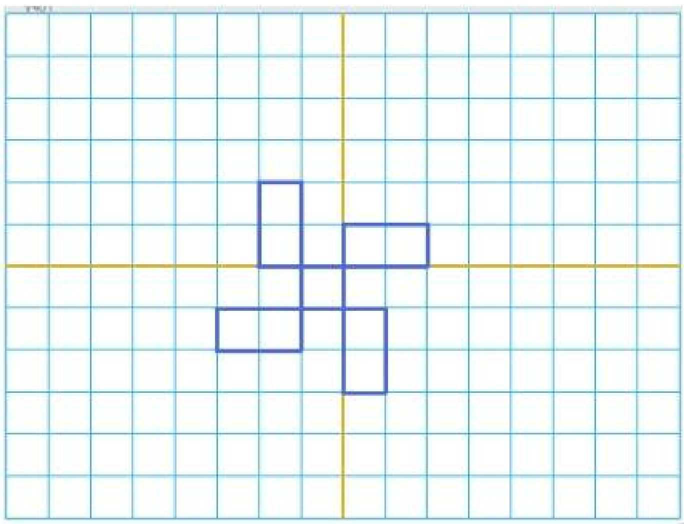


Figure n° 3

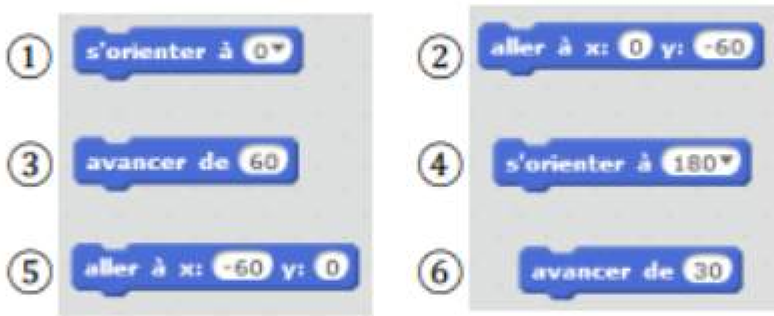


Réponse : Figure n° 3 / 1

3) Hawa décide de modifier encore son script principal.



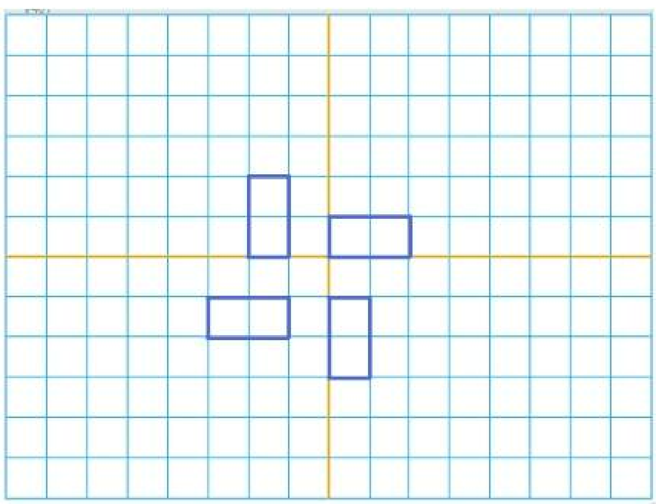
Parmi les six instructions ci-dessous, **écrire sur votre copie le numéro** de celle qu'Hawa doit mettre à la fin de la boucle de son script pour obtenir le dessin ci-contre :



Réponse : instruction n° 6

/ 1

4) Quelle instruction doit-elle alors changer de place dans son script pour obtenir le dessin ci-contre ?



« relever le stylo »

/ 1

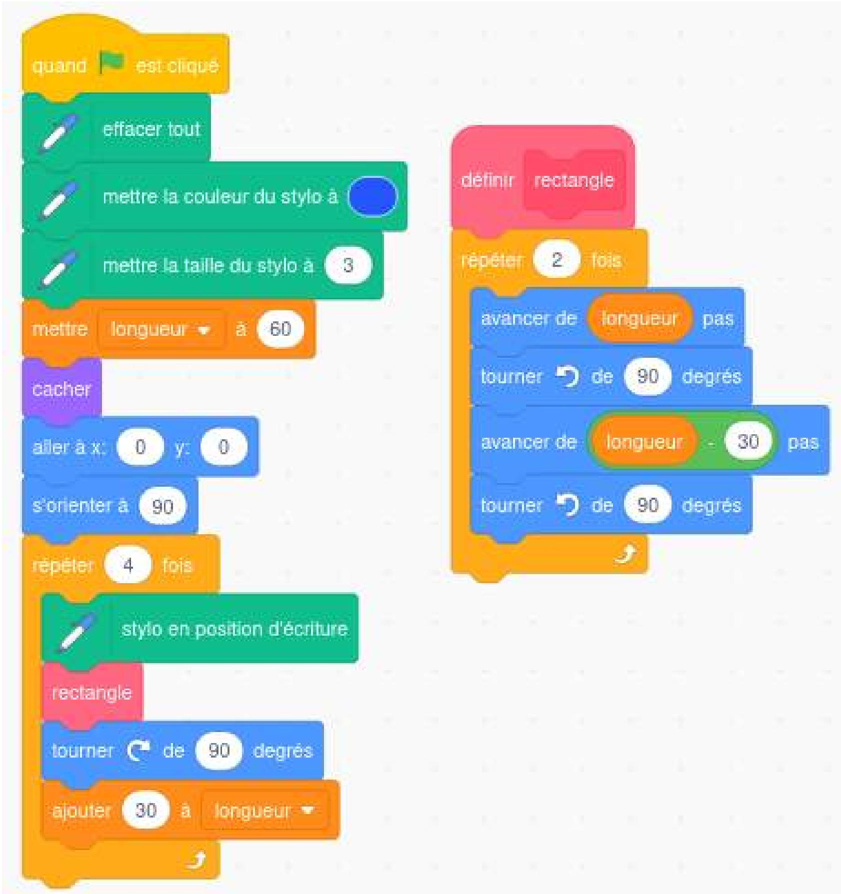
5) Où devra-t-elle mettre cette instruction dans son script ?

Elle doit la placer dans la boucle, entre « rectangle » et « avancer de 30 » (avant ou après « tourner de 90 degrés »).

/ 1

6) Hawa décide alors de créer une variable 

et modifie son script principal et son bloc 



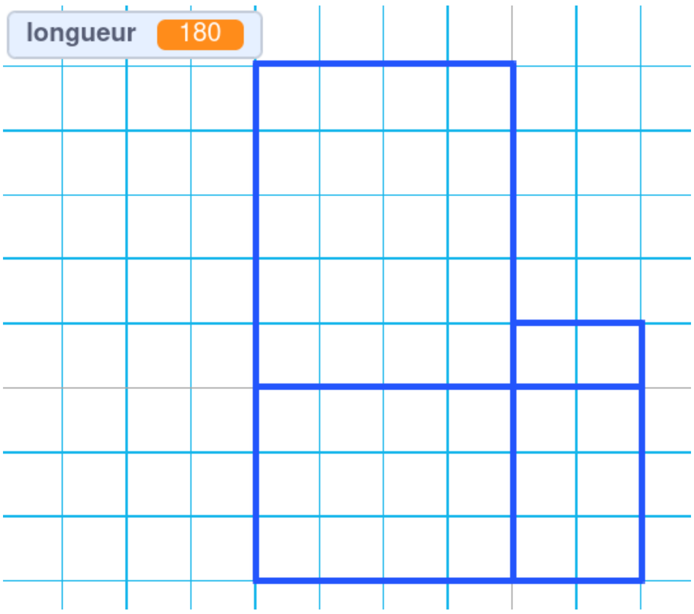
a) Quelle sera la longueur du premier rectangle tracé ?

Elle sera de 60 pas (ou pixels). / 1

b) Quelle sera la longueur du dernier rectangle tracé ?

60 + 30 + 30 + 30 = 150 pas (ou pixels). / 1

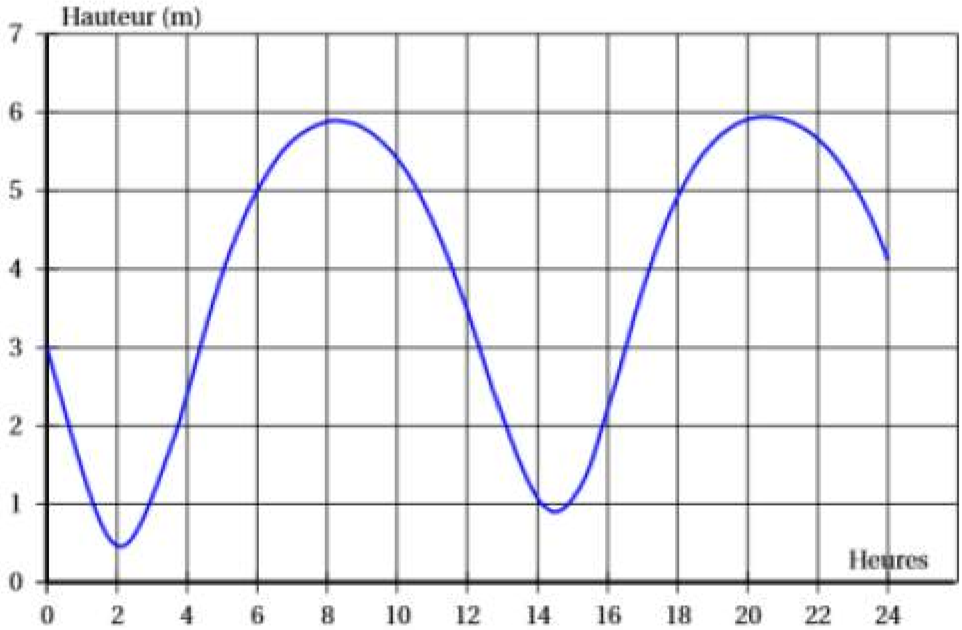
c) Dessiner **sur le quadrillage ci-contre** le dessin obtenu par Hawa lorsqu'elle clique sur le drapeau vert.



/ 2

<u>Exercice 9 :</u> (/ 9 points)

Le graphique ci-dessous donne les hauteurs d'eau au port de La Rochelle le mercredi 15 août 2018.



1. Quel a été approximativement le plus haut niveau d'eau dans le port ?

Le plus haut niveau d'eau a été 6 mètres.   / 1

2. A quelles heures approximativement la hauteur d'eau a-t-elle été de 5 m ?

La hauteur d'eau a été de 5 mètres à 6 heures, 10 heures 30 , 18 heures et 23 heures.

/ 2

3. En utilisant les données du tableau ci-dessous, calculer :

	Heure	Hauteur (en m)
Marée haute	8h16	5,89
Marée basse	14h30	0,90

a) le temps qui s'est écoulé entre la marée haute et la marée basse.

14 h 30 – 8 h 16 = 6 h 14   / 2

b) la différence de hauteur d'eau entre la marée haute et la marée basse.

5,89 – 0,9 = 4,99 m / 1,5

4. A l'aide des deux documents suivants, comment qualifier la marée du 15 août 2018 entre 8h16 et 14h30 à La Rochelle ?

Document 1:
Le coefficient de marée peut être calculée de la façon suivante à La Rochelle:

$$C = \frac{H_h - H_b}{5{,}34} \times 100$$

avec:

- H_h : hauteur d'eau à marée haute.
- H_b : hauteur d'eau à marée basse.

Document 2:
Le coefficient de marée prend une valeur comprise entre 20 et 120.

- Une marée de coefficient supérieur à 70 est qualifiée de marée de vives-eaux.
- Une marée de coefficient inférieur à 70 est qualifiée de marée de mortes-eaux.

$H_h - H_b = 4{,}99$

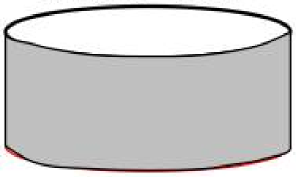
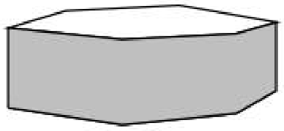
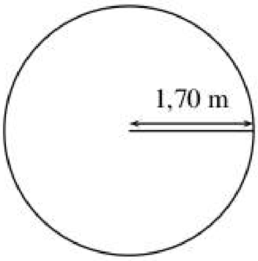
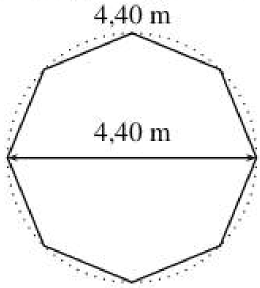
$C = \frac{4{,}99}{5{,}34} \times 100$ d'où $C \approx 93$

Comme C > 70, il s'agissait d'une marée de vives eaux.

/ 2,5

Exercice 10 : (/ 12 points)

Une famille de quatre personnes hésite entre deux modèles de piscine. Elle regroupe des informations afin de prendre sa décision.

Information 1 :	les deux modèles de piscine :
La piscine « ronde »	La piscine « octogonale »
	
Hauteur intérieure : 1,20 m Vue du dessus : un cercle de rayon 1,70 m	Hauteur intérieure : 1,20 m Vue du dessus : un octogone régulier de diamètre extérieur 4,40 m
	

Information 2 : La construction d'une piscine de surface au sol de moins de 10 m² ne nécessite aucune démarche administrative.
Information 3 : Surface minimale conseillée par baigneur : 3,40 m^2
Information 4 : Aire d'un octogone régulier : $A_{\text{octogone}} = 2\sqrt{2} \times R^2$. où R est le rayon du disque extérieur à l'octogone.
Information 5 : Débit du robinet de remplissage : 12 litres d'eau par minute.

1. Chacun des modèles proposés impose-t-il des démarches administratives ?

Piscine « ronde » :

aire du disque de base = $\pi \times R^2 = \pi \times 1{,}7^2 \approx 9$ m²

Sa surface au sol est donc inférieure à 10 m² ,

donc aucune démarche administrative ne sera nécessaire.

Piscine « octogonale » : **R** = 4,40 m : 2 = **2,20 m**

aire de l'octogone de base = $2 \times \sqrt{2} \times R^2 = 2 \times \sqrt{2} \times 2{,}2^2 \approx 14$ m²

Sa surface au sol est donc supérieure à 10 m² ,

donc sa construction nécessitera des démarches administratives.

/ 5

2. Les quatre membres de la famille veulent se baigner en même temps.
Expliquer pourquoi la famille doit dans ce cas choisir la piscine octogonale.

La surface minimale conseillée pour une famille de quatre personnes est :

4 x 3,40 m² = 13,6 m²

L'aire du disque (piscine « ronde ») est inférieure à 13,6 m² (voir question précédente),

alors que l'aire de l'octogone est supérieure à 13,6 m² (voir question précédente).

Par conséquent, la famille a tout intérêt à choisir la piscine octogonale. / 2

3. On commence le remplissage de cette piscine octogonale le vendredi à 14 h 00 et on laisse couler l'eau pendant la nuit, jusqu'au samedi matin à 10 h 00.
La piscine va-t-elle déborder ?

De vendredi 14 heures à samedi 10 heures, l'eau aura coulé pendant 20 heures.

20 heures = 20 x 60 min = 1 200 minutes

Le débit du robinet étant de 12 litres par minute, en 20 heures le volume d'eau sera de :

12 x 1 200 = 14 400 litres

La piscine « octogonale » est un prisme droit ; son volume est donc :

V = aire de la base x hauteur

V = $2 \times \sqrt{2} \times 2{,}2^2 \times 1{,}2$

V ≈ 16,4 m³ c'est-à-dire **V ≈ 16 400 L**

Le volume de la piscine est donc supérieur au volume d'eau fourni par le robinet,

donc l'eau ne va pas déborder. / 5