| Notion 19<br>Correction des exercices | Nombres premiers |
|---|---|

*Pensez à regarder la vidéo mise en ligne sur le site !*

Exemple : décomposition de 504 en un produit de facteurs premiers

| | |
|---|---|
| 504 | 2 |
| 252 | 2 |
| 126 | 2 |
| 63 | 3 |
| 21 | 3 |
| 7 | 7 |
| 1 | |

donc : $504 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$

**Exercice 1 :**

De la même façon, trouve la décomposition, en produit de nombres premiers, des nombres suivants : 48 ; 135 ; 240 ; 564 ; 725 .

| | |
|---|---|
| 48 | 2 |
| 24 | 2 |
| 12 | 2 |
| 6 | 2 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

$48 = 2^4 \times 3$

| | |
|---|---|
| 135 | 3 |
| 45 | 3 |
| 15 | 3 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

$135 = 3^3 \times 5$

| | |
|---|---|
| 240 | 2 |
| 120 | 2 |
| 60 | 2 |
| 30 | 2 |
| 15 | 3 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$

| | |
|---|---|
| 564 | 2 |
| 282 | 2 |
| 141 | 3 |
| 47 | 47 |
| 1 | |

$564 = 2^2 \times 3 \times 47$

| | |
|---|---|
| 725 | 5 |
| 145 | 5 |
| 29 | 29 |
| 1 | |

$725 = 5^2 \times 29$

**Exercice 2 :**

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier la réponse.

a) Un nombre divisible par 2 est divisible par 4.

C'est FAUX car par exemple : 18 est divisible par 2 mais pas par 4.

b) Un nombre divisible par 9 est un multiple de 3.

Un nombre divisible par 9 peut s'écrire comme égal à 9 fois un nombre entier.

Comme 9 est divisible par 3, alors le nombre de départ peut aussi être divisible par 3.

Donc c'est VRAI.

c) Un nombre qui se termine par 0 ou 4 ou 8 est divisible par 4.

10, 14 et 18 ne sont pas divisibles par 4, donc c'est FAUX.

**Exercice 3 :**

Ecrire sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier :

$A = \dfrac{210}{280}$ ; $B = \dfrac{-108}{27}$ ; $C = 3{,}24$ ; $D = \dfrac{105}{45}$

| | |
|---|---|
| 210 | 2 |
| 105 | 3 |
| 35 | 5 |
| 7 | 7 |
| 1 | |

| | |
|---|---|
| 280 | 2 |
| 140 | 2 |
| 70 | 2 |
| 35 | 5 |
| 7 | 7 |
| 1 | |

$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ $\quad 280 = 2^3 \times 5 \times 7$

$A = \dfrac{2\times3\times5\times7}{[2\times2\times2\times5\times7]}$ donc $A = \dfrac{3}{2\times2}$ d'où $\boxed{A = \dfrac{3}{4}}$.

$B = \dfrac{-108}{27}$ $\quad B = \dfrac{-27\times4}{27}$ d'où $B = -4$ .

$C = 3{,}24 = \dfrac{324}{100} = \dfrac{81\times4}{25\times4}$ donc $\boxed{C = \dfrac{81}{25}}$

$D = \dfrac{105}{45} = \dfrac{5\times21}{5\times9} = \dfrac{5\times3\times7}{5\times3\times3}$ donc $\boxed{D = \dfrac{7}{3}}$

**Exercice 4 :**

a) Expliquer pourquoi la fraction $\frac{225}{117}$ n'est pas irréductible.

2+2+5 = 9 et 1+1+7 = 9 donc 225 et 117 sont divisibles par 9 (et 3), et donc la fraction peut être simplifiée par 9.

b) Trouver tous les diviseurs de 225 et de 117.

| | |
|---|---|
| 225 | 3 |
| 75 | 3 |
| 25 | 5 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

| | |
|---|---|
| 117 | 3 |
| 39 | 3 |
| 13 | 13 |
| 1 | |

$225 = 3^2 \times 5^2$

$117 = 3^2 \times 13$

c) Rendre irréductible la fraction $\frac{225}{117}$ .

C = $\frac{3^2 \times 5^2}{3^2 \times 13}$ donc $\boxed{C = \frac{25}{13}}$ .

**Exercice 5 :**

**a.** Décompose 90 en produit de facteurs premiers.

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$

**b.** De même pour 150.

$150 = 2 \times 3 \times 5^2$

**c.** Détermine le plus grand diviseur commun à ces deux nombres.

Le plus grand diviseur commun à 90 et 150 est :

$2 \times 3 \times 5 = 30$

**d.** Calcule le nombre de paquets maximal qu'il pourra réaliser et donne leur composition.

Il pourra composer 30 paquets au maximum.

Chaque paquet sera composé de 3 billes rouges et 5 billes noires.

**Exercice 6 :**

**a.** Combien de bouquets identiques pourra-t-elle faire ?

$182 = 2 \times 7 \times 13$

$78 = 2 \times 3 \times 13$

Le plus grand diviseur commun à 182 et 78 est :

$2 \times 13 = 26$

Elle pourra faire 26 bouquets identiques au maximum.

**b.** Quelle sera la composition de chaque bouquet ?

Chaque bouquet sera composé de 7 brins de muguet et 3 roses.

**Exercice 7 :**

**a.** On souhaite retrouver le nombre de personnes de ce groupe. Le nombre recherché est un diviseur de deux nombres, lesquels ?

$320 - 5 = 315$ et $280 - 10 = 270$

Le nombre cherché est un diviseur de 315 et 270.

**b.** Calcule maintenant le nombre maximal de personnes du groupe.

$315 = 3^2 \times 5 \times 7$

$270 = 2 \times 3^3 \times 5$

Le plus grand diviseur commun à 315 et 270 est :

$3^2 \times 5 = 45$. Le nombre maximal de personnes du groupe est 45.

**c.** Combien de bonbons et de chewing-gums chaque personne aura-t-elle ?

Chaque personne aura 7 bonbons et 6 chewing-gums.

**Exercice 8 :**

**a.** Deux poteaux peuvent-ils être espacés de cinq mètres ? De trois mètres ?

5 n'est pas un diviseur de 78 donc deux poteaux ne peuvent pas être espacés de cinq mètres.

3 est un diviseur de 78 et 102 donc deux poteaux peuvent être espacés de trois mètres.

**b.** Aurélien veut planter le moins de poteaux possible. Que peux-tu dire alors de la distance entre deux poteaux ?

$78 = 2 \times 3 \times 13$

$102 = 2 \times 3 \times 17$

Le plus grand diviseur commun à 78 et 102 est :

$2 \times 3 = 6$.

La distance maximale entre deux poteaux est de 6 m.

**c.** Combien doit-il alors planter de poteaux ?

Il va planter $2 \times 13 + 2 \times 17 = 60$ poteaux.

**Exercice 9 :**

$153 = 3^2 \times 17$

$187 = 11 \times 17$

Le plus petit multiple commun à 153 et 187 est :

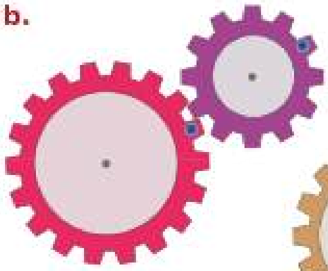
$3^2 \times 11 \times 17 = 1683$

Elle s'allumeront de nouveau ensemble 1683 secondes après minuit soit à 0h 28 min 3s

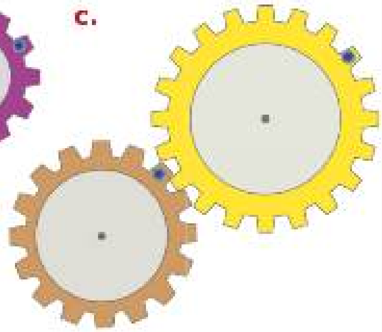
## Exercice 10 :

Le plus petit multiple commun à 8 et 14 est 56
Comme 56 = 8x7 et 14x4, alors, la roue bleue fera 7 tours pendant que la roue verte fera 4 tours.

**b.**



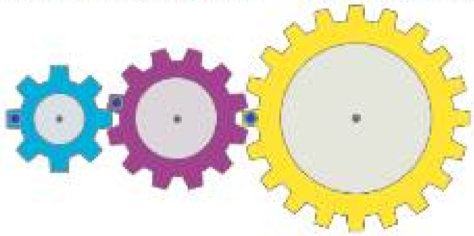
**c.**



Le plus petit multiple commun à 12 et 18 est 36. Donc, il faut 2 tours

Le plus petit multiple commun à 16 et 20 est 80. Donc, il faut 5 tours

**d.**



Le plus petit multiple commun à 8, 12 et 20 est 120. Donc, il faut 15 tours