9	Puissances

I- Puissances de 10.

Définition Soit n un nombre entier supérieur ou égal à 2.

Le produit $\underbrace{10 \times 10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{n \text{ facteurs}}$ se note $\mathbf{10^n}$ et se lit « **10 exposant *n*** ».

L'écriture $\mathbf{10^{-n}}$ désigne l'**inverse de** $\mathbf{10^n}$.

Remarque $10^n = \underbrace{1000\ldots0}_{n \text{ zéros}}$ $\qquad 10^{-n} = \dfrac{1}{10^n} = \underbrace{0{,}000\ldots01}_{n \text{ zéros}}$ $\qquad 10^0 = 1$

Propriété On peut écrire le produit et le quotient de deux puissances de 10 sous la forme d'une puissance de 10.

Exemples

- $10^5 \times 10^3 = \underbrace{\overbrace{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}^{5 \text{ facteurs}} \times \overbrace{10 \times 10 \times 10}^{3 \text{ facteurs}}}_{8 \text{ facteurs}} = 10^8$
- $\dfrac{10^4}{10^7} = \dfrac{\overbrace{\cancel{10} \times \cancel{10} \times \cancel{10} \times \cancel{10}}^{4 \text{ facteurs}} \times 1}{\underbrace{\cancel{10} \times \cancel{10} \times \cancel{10} \times \cancel{10} \times 10 \times 10 \times 10}_{7 \text{ facteurs}}} = \dfrac{1}{10^3} = 10^{-3}$

Propriété et définition Il existe une manière unique d'écrire un nombre décimal sous la forme suivante : un nombre compris entre 1 et 10 (10 exclu) × une puissance de 10.
Cette écriture est appelée **écriture (ou notation) scientifique**.

Exemples

Préfixes à connaître :

Puissance de dix	Préfixe	Symbole
10^9	giga	G
10^6	méga	M
10^3	kilo	k
10^2	hecto	h
10^1	déca	da
10^{-1}	déci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	µ
10^{-9}	nano	n

Exemples :

- 5 kilogrammes = 5 kg = 5 $\times$ 10^3 g = 5 000 g
- 9 mégaoctets =
- 28 micromètres =
- 3 cL =

II- Cas général.

Définition Soit a un nombre non nul et n un nombre entier supérieur ou égal à 2.

- Le produit $\underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$ se note a^n et se lit « ***a* exposant *n*** ».
- L'écriture a^{-n} désigne l'**inverse de a^n**.

Exemples

- $7^4 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 2\ 401$
- $(-6)^4 = (-6) \times (-6) \times (-6) \times (-6) = 1\ 296$

On dit que 2 401 est la puissance quatrième de 7.

Méthode **Calculer avec des puissances d'un même nombre**

Énoncé Calculer $4^6 \times 64$ et donner le résultat sous la forme d'une puissance de 4.

Solution

On doit d'abord remarquer que 64 est une puissance de 4.
Ensuite on peut décomposer 4^6 et 64 en produit de facteurs :

$$4^6 \times 64 = 4^6 \times 4^3 = \underbrace{\overbrace{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}^{6 \text{ facteurs}} \times \overbrace{4 \times 4 \times 4}^{3 \text{ facteurs}}}_{9 \text{ facteurs}} = 4^9$$

Convention Dans une expression sans parenthèses, on calcule d'abord les puissances.

Exemples

- $7 + \underline{3^5} = 7 + \underline{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = 7 + \underline{243} = 250$
- $-\underline{2^4} = -\underline{2 \times 2 \times 2 \times 2} = -\underline{16}$